

算例 3-001

平面-指定位移下的分片测试

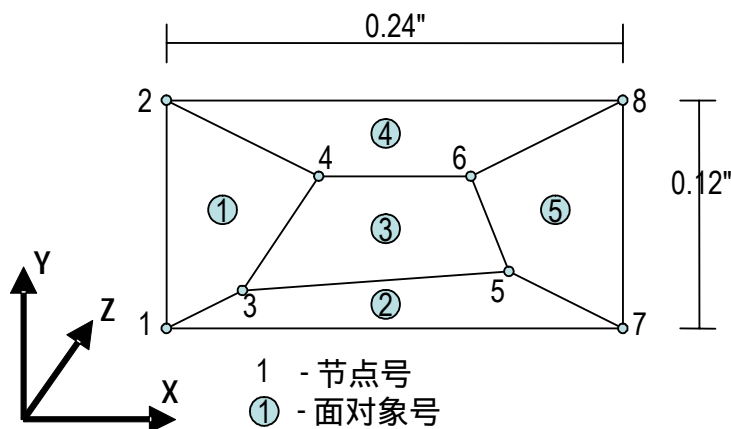
例题注释

本例为一个边缘承受指定位移的包含不规则形状单元的矩形板，指定位移对模型理论上产生一个常应变场。几何特性、属性和荷载如 MacNeal and Harder1985 所述。在 SAP2000 使用平面应力单元，并将指定位移下的膜应力分量与手算结果进行了比较。

分析中 U_x 和 U_y 自由度为活动的。所有其他自由度都是不活动的。节点 1、2、7 和 8 的 X 和 Y 平动被约束。在这些节点的约束自由度上施加指定的位移。

使用平面应变单元模拟平板截面。分别使用包含不相容弯曲模式和不包含不相容弯曲模式选项来测试模型。

几何特性和属性



节点坐标 (英寸)			
节点	X	Y	Z
1	0	0	0
2	0	0.12	0
3	0.04	0.02	0
4	0.08	0.08	0
5	0.18	0.03	0
6	0.16	0.08	0
7	0.24	0	0
8	0.24	0.12	0

材料属性

$E = 1,000,000 \text{ lb/in}^2$
 $\nu = 0.25$

截面属性

厚度 = 0.001 in

荷载

提供了施加在节点 1、2、7 和 8 的指定边缘位移 U_x 和 U_y 表，以表示荷载。这些位移通过如下方程指定。

$$U_x = \frac{x + \frac{y}{2}}{1000}, \quad U_y = \frac{y + \frac{x}{2}}{1000}$$

对各个边缘节点使用上述方程得到的所施加位移表示于下表。这些位移通过名为 Membrane 的工况施加。

节点	X (in)	Y (in)	U_x (in)	U_y (in)
1	0	0	0	0
2	0	0.12	0.00006	0.00012
7	0.24	0	0.00024	0.00012
8	0.24	0.12	0.00030	0.00024

校验的 SAP2000 的技术特色

- 使用平面应力单元的膜分析。
- 平面单元的不相容弯曲模式选项。
- 节点位移荷载

结果对比

独立的结果基于第 6 页方程 2，Timoshenko and Goodier 1951。MacNeal and Harder 1985 中有更多已出版的独立结果。

包含不相容弯曲模式

应力分量	SAP2000	独立结果	差异百分比
正应力 σ_{xx} lb/in ²	1333	1333	0%
正应力 σ_{yy} lb/in ²	1333	1333	0%
剪应力 σ_{xy} lb/in ²	400	400	0%

不包含不相容弯曲模式

应力分量	SAP2000	独立结果	差异百分比
正应力 σ_{xx} lb/in ²	1333	1333	0%
正应力 σ_{yy} lb/in ²	1333	1333	0%
剪应力 σ_{xy} lb/in ²	400	400	0%

计算模型文件: Example 3-001-incomp, Example 3-001-comp

结论

对于不相容弯曲模式和不包含不相容弯曲模式，SAP2000 的结果与手算结果之间都吻合很好。

手算过程

Membrane Behavior

From Timoshenko & Goodier 1951, page 6

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

From Cook & Young 1985, page 9

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y); \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$u = 10^{-3} (x + y/2) \text{ in}$$

$$v = 10^{-3} (y + x/2) \text{ in}$$

$$E = 1E06 \text{ psi}$$

$$\nu = 0.25$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{10^{-3}}{2} + \frac{10^{-3}}{2} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) = \frac{1E06}{1-0.25^2} (10^{-3} + 0.25(10^{-3}))$$

$$\sigma_x = \underline{\underline{1333.33 \text{ psi}}}$$

Software Verification

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 2

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) = \frac{1E06}{1-0.25^2} (10^{-3} + 0.25(10^{-3}))$$

$$\sigma_y = \underline{\underline{1333.33 \text{ psi}}}$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = \frac{1E06}{2.5} (10^{-3}) = \underline{\underline{400 \text{ psi}}}$$